

# Theoretische Informatik 2

Sommersemester 2014

## Übungsblatt 12

**Abgabe:** bis 9. Juli 2014, 14:14 Uhr

**Aufgabe 1:** (9 + 9 + 9 + 0 + 9 + 9 = 54 Punkte)

Die Organisation für *Betrunkenheit in der Milchstraße*, kurz **BiM**, veranstaltet das *1337. Intergalaktische Freibiersaufen*. Dazu werden alle bekannten, halbwegs zivilisierten Lebensformen, die Bier vertragen, eingeladen. Dies sind *Menschen*, *Blobs* (knuffige Schleimklumpen, die nicht gerne geknufft werden), *Technodancer* (ein tanzendes Robotervolk) und *Septuanoiden* (hochnäsige Wasserwesen ohne Nase, aber mit neun Tentakeln). Jedes einzelne Individuum wird dabei durch **m**, **b**, **t** bzw. **s** (je nach Anfangsbuchstabe der Lebensform) abgekürzt.

Chefbeauftragtes für die Bierausgabe ist *Splursh*. Seine Aufgabe ist es, nacheinander Individuen der verschiedenen Völker zur Bierausgabe zu beamen. Leider können sich einige der verschiedenen Lebensformen prinzipiell nicht leiden. Daher muss Splursh darauf achten, die einzelnen Individuen nur in einer bestimmten Reihenfolge zu beamen, und zwar so, dass nie zwei Lebensformen, die sich nicht leiden können, direkt hintereinander gebeamt werden. Es muss immer eine Lebensform mit der sich beide vertragen als Aggressionspuffer dazwischen sein. Mehrere Individuen der selben Lebensform hintereinander zu beamen ist erlaubt.

Septuanoiden und Technodancer vertragen sich nicht, da die Technodancer immer bei dem Computerspiel *Tanzrevolution* gewinnen. Technodancer verabscheuen Blobs, da der Schleim ihre Metallpanzerung zersetzt. Und die Blobs müssen immer weinen wenn sie auf Menschen treffen, da die Blobs von den Menschen immer geknufft werden.

- (a) Sei  $L_1$  die beschriebene Sprache über dem Alphabet  $\Sigma := \{m, b, t, s\}$ , die exakt die Wörter aus  $\Sigma^*$  beinhaltet, die eine Lebensformreihenfolge für die Bierausgabe repräsentiert, bei der nur Lebewesen, die sich mögen, benachbart sind (dies schließt das leere Wort ein). Konstruieren Sie für Splursh einen DFA  $A_1$  mit  $\mathcal{L}(A_1) = L_1$ .

Diesjähriger Ehrengast der Bierausgabe ist das Septuanoidenoberhaupt *Stratsmanskats*. Eine Stunde vor Beginn besteht Stratsmanskats darauf, dass exakt doppelt so viele Septuanoiden Bier bekommen sollen wie Technodancer.

- (b) Sei die Sprache  $L_2$  die Teilmenge von  $L_1$ , deren Wörter Stratsmanskats Bedingung erfüllen. Beweisen Sie, dass  $L_2$  nicht regulär ist.
- (c) Konstruieren Sie für Splursh einen DPDA  $A_2$  mit  $\mathcal{L}(A_2) = L_2$ .

20 Minuten vor Beginn der Bierausgabe erhält Splursh von *Dance-O-Tron XP*, dem Botschafter der Technodancer, die Nachricht, dass die Forderung von Stratsmanskats ignoriert werden soll. Daraufhin besteht Stratsmanskats darauf, dass exakt doppelt so viele Menschen Bier bekommen sollen wie Technodancer oder exakt doppelt so viele Blobs Bier bekommen sollen wie die Technodancer.

- (d) Sei die Sprache  $L_3$  die Teilmenge von  $L_1$ , deren Wörter die neue Bedingung erfüllen. Beweisen Sie, dass  $L_3$  nicht deterministisch kontextfrei ist.
- (e) Konstruieren Sie für Splursh einen PDA  $A_3$  mit  $\mathcal{L}_K(A_3) = L_3$  oder  $\mathcal{L}_Z(A_3) = L_3$ .

5 Minuten vor Beginn der Bierausgabe erscheint Dance-O-Tron XP persönlich um sich erneut zu beschweren. Dance-O-Tron XP einigt sich nach einem Tanzduell mit Stratsmanskats darauf, dass exakt so viele Technodancer Bier bekommen wie Septuanoiden, aber bei beiden Völkern jeweils exakt doppelt so vielen Individuen Bier ausgehändigt (bzw. austentakelt) wird wie den Menschen und den Blobs zusammen.

- (f) Sei die Sprache  $L_4$  die Teilmenge von  $L_1$ , deren Wörter die neueste Bedingung erfüllen. Beweisen Sie, dass  $L_4$  nicht kontextfrei ist.

Da Splursh keine Lust hat innerhalb von 2 Minuten eine kontextsensitive oder monotone Grammatik für das Problem zu konstruieren, wirft er dem Dance-O-Tron XP und Stratsmanskats die Teleportersteuerung vor die Füße bzw. Tentakel und geht heim.<sup>1</sup>

**Aufgabe 2:** **(10 Punkte)**

Gegeben ist die monotone Grammatik  $G = (\{a\}, \{S, L, R, A, B, X, Y, Z\}, P, S)$  mit folgenden Regeln  $P$ :

$$\begin{array}{llllll} S \rightarrow a, & LY \rightarrow aZ, & ZA \rightarrow aZ, & XA \rightarrow ABBX, & AY \rightarrow YA, \\ S \rightarrow LYAR, & LY \rightarrow LABBX, & ZB \rightarrow aZ, & XB \rightarrow BX, & BY \rightarrow YB, \\ & & ZR \rightarrow aa, & XR \rightarrow YR. & & \end{array}$$

Bestimmen Sie  $\mathcal{L}(G)$ .

**Aufgabe 3:** **(12 Punkte)**

Sei  $\Sigma := \{a, b\}$  und  $X := \{x, y\}$ . Wir betrachten die Pattern  $\alpha := axbaxxb$  und  $\beta := xxy$ . Beweisen Sie:  $\mathcal{L}(\alpha) \subseteq \mathcal{L}(\beta)$ .

**Aufgabe 4:** **(12 + 12 = 24 Punkte)**

- (a) Sei  $L_a := \{(ab)^i a^i b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ . Beweisen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für erweitert reguläre Sprachen, dass  $L_a$  nicht mit einem erweiterten regulären Ausdruck beschrieben werden kann.
- (b) Sei  $L_b := \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{es existiert ein } x \in \{a, b\}^* \text{ und ein } i \geq 2 \text{ mit } w = x^i\}$ . Erstellen Sie einen erweiterten regulären Ausdruck  $\alpha$  mit  $\mathcal{L}(\alpha) = L_b$ .

---

<sup>1</sup>Für die Personen, die sich für eine monotone Grammatik für das Problem interessieren, ist hier eine monotone Grammatik  $G_4 := (\{s, t, b, m\}, \{Z, S, T, X, B, M\}, P_4, Z)$  mit  $\mathcal{L}(G_4) = L_4$  und nachfolgenden Produktionen  $P_4$  aufgeführt:

$$\begin{array}{llllll} Z \rightarrow \varepsilon, & S \rightarrow SSSTTX, & ST \rightarrow TS, & sS \rightarrow ss, & bS \rightarrow bs, \\ Z \rightarrow sSTTX, & & TS \rightarrow ST, & sB \rightarrow sb, & bB \rightarrow bb, \\ Z \rightarrow tSTTX, & X \rightarrow B, & SX \rightarrow XS, & sM \rightarrow sm, & mS \rightarrow ms, \\ Z \rightarrow bSSTT, & X \rightarrow M, & XS \rightarrow SX, & tT \rightarrow tt, & mT \rightarrow mt, \\ Z \rightarrow mSSTT, & & TX \rightarrow XT, & tM \rightarrow tm, & mM \rightarrow mm, \\ & & XT \rightarrow TX. & & \end{array}$$